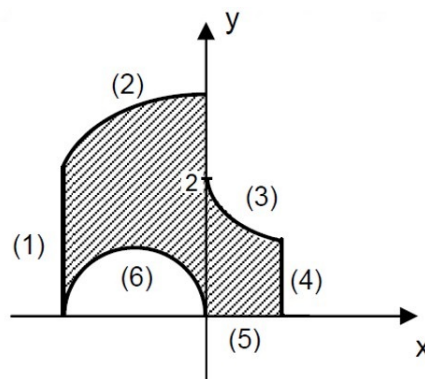


Cálculo de Áreas Planas

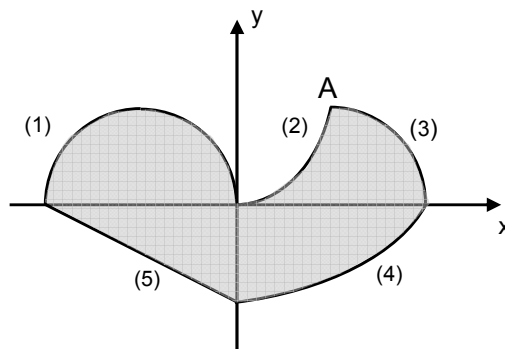
- Considere a região D limitada por:
 - (1): segmento de recta $x = -2$
 - (2): arco da parábola $4y = 13 - x^2$
 - (3): arco da parábola $x = (y - 2)^2$
 - (4): segmento de recta $x = 1$
 - (5): segmento de recta
 - (6): semi-circunferência de centro $(-1, 0)$ e raio 1

Utilizando cálculo integral, escreva uma expressão que permita calcular a área plana representada na figura.



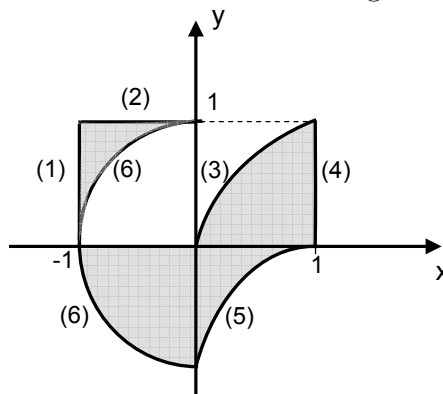
- Utilizando cálculo integral, escreva uma expressão que permita calcular a área plana representada na figura.

- (1) $(x + 2)^2 + y^2 = 4$
- (2) $2y = x^2$
- (3) $(x - 2)^2 + y^2 = 4$
- (4) $y^2 = 4 - x$
- (5) $2y = -x - 4$
- $A(x_1, 2)$



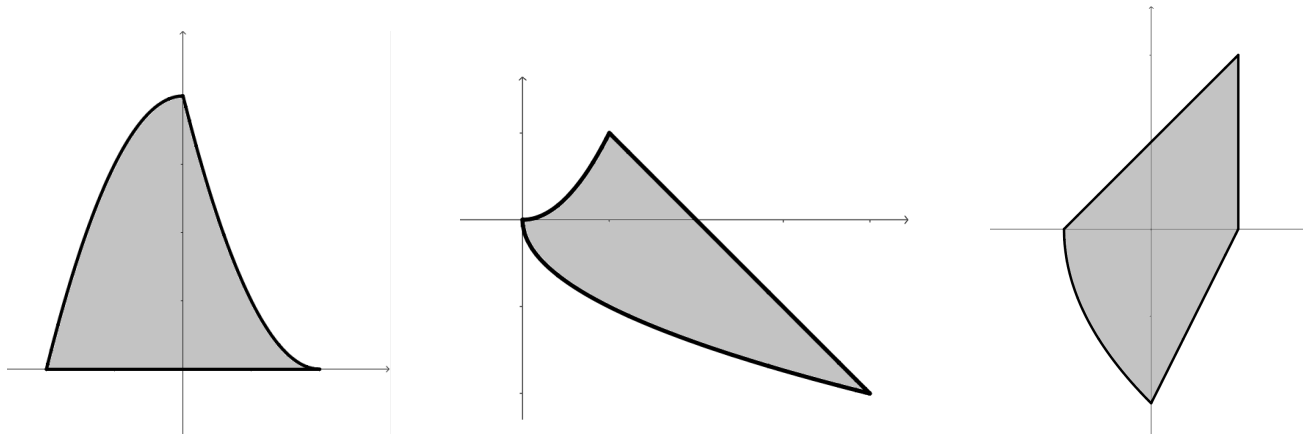
- Indique uma expressão integral que permita calcular a área do domínio assinalado na figura.

- (1) segmento de recta paralelo a OY
- (2) segmento de recta paralelo a OX
- (3) $y = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$
- (4) segmento de recta paralelo a OY
- (5) arco da parábola $y = -(x - 1)^2$
- (6) semi-circunferência de centro na origem e raio 1



- Utilizando cálculo integral, escreva uma expressão que permita determinar a área plana representada nas figuras, sabendo que esta é limitada pelas linhas

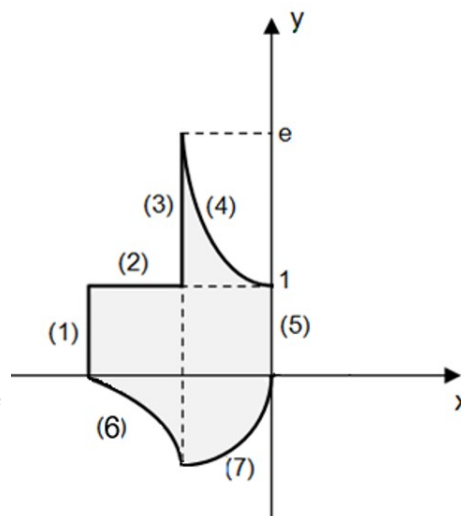
- $y = (x - 2)^2$, $y = 4 - x^2$ e o eixo OX
- $y = x^2$, $y = -x + 2$ e $x = y^2$
- $y = x + 1$, $y = 2x - 2$, $y^2 = 4x + 4$ e $x = 1$



5. Considere a região D limitada por:

- (1): segmento de recta $x = -2$
- (2): segmento de recta
- (3): segmento de recta $x = -1$
- (4): arco da curva $x = -\ln(y)$
- (5): segmento de recta
- (6): arco da parábola $y = -(x+2)^2$
- (7): quarto de circunferência de centro $(-1, 0)$ e raio 1

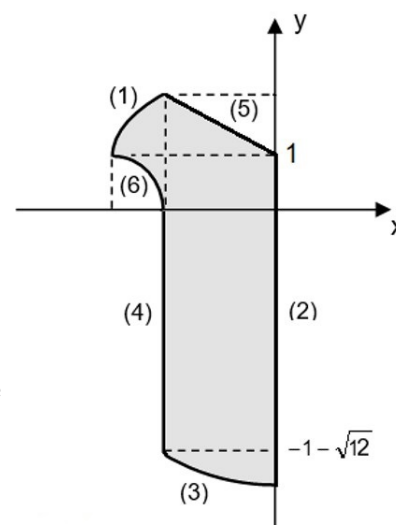
Utilizando cálculo integral, escreva uma expressão que permita calcular a área plana representada na figura.



6. Considere o domínio D representado na figura:

- (1): arco da parábola $y = 1 + \sqrt{x+3}$
- (2): segmento de recta
- (3): arco da circunferência $x^2 + (y+1)^2 = 16$
- (4): segmento da recta $x = -2$
- (5): segmento da recta $2y = 2 - x$
- (6): arco de circunferência de centro $(-3, 0)$ e raio 1

Utilizando cálculo integral, escreva uma expressão que permita calcular a área plana representada na figura.

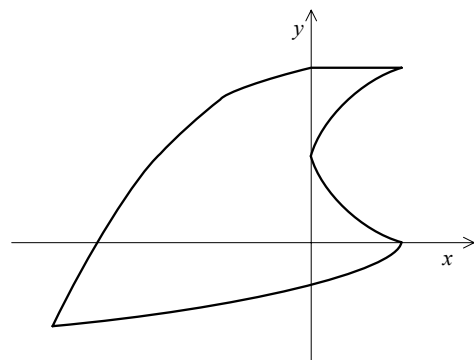
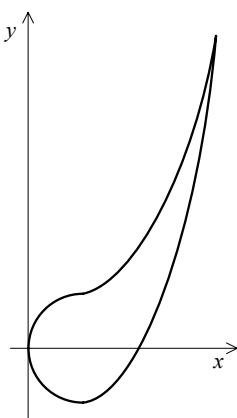
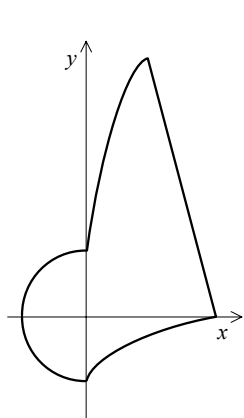


7. Utilizando cálculo integral, escreva uma expressão que permita determinar a área plana representada nas figuras, sabendo que esta é limitada pelas linhas

- a) $y = \sqrt{x} - 2$, a sua recta normal no ponto de intersecção com o eixo dos xx , a semi-circunferência de centro na origem e raio 2 e $y = -\frac{3}{2}x^2 + 6x + 2$

- b) $x = 1 - \sqrt{1 - y^2}$, $x = 1 + \sqrt{y - 1}$ e $x = 1 + \sqrt{\frac{2(y+1)}{3}}$

c) $(y - 2)^2 = 2x$, $y = -\sqrt{1 - \frac{x}{2}}$, $y = -\frac{x^2}{6} + 4$ e $y = 4$



Soluções

1. $\int_{-2}^0 \left(\frac{13 - x^2}{4} - \sqrt{1 - (x + 1)^2} \right) dx + \int_0^1 (2 - \sqrt{x}) dx$

2. $\int_{-4}^0 \left(\sqrt{4 - (x + 2)^2} + \frac{x}{2} + 2 \right) dx + \int_0^2 \left(\frac{x^2}{2} + \sqrt{4 - x} \right) dx + \int_2^4 \left(\sqrt{4 - (x - 2)^2} + \sqrt{4 - x} \right) dx$

3. $\int_{-1}^0 (1 - \sqrt{1 - x^2}) dx + \int_{-1}^0 \sqrt{1 - x^2} dx + \int_0^1 \left(\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + (x - 1)^2 \right) dx$

4. a) $\int_{-2}^0 (4 - x^2) dx + \int_0^2 (x - 2)^2 dx$

b) $\int_0^1 (x^2 + \sqrt{x}) dx + \int_1^4 (-x + 2 + \sqrt{x}) dx$

c) $\int_{-1}^0 (x + 1 + \sqrt{4x + 4}) dx + \int_0^1 (3 - x) dx$

5. $\int_{-2}^{-1} (1 + (x + 2)^2) dx + \int_{-1}^0 (e^{-x} + \sqrt{1 - (x + 1)^2}) dx$

6. $\int_{-3}^{-2} \left[1 + \sqrt{x + 3} - \sqrt{1 - (x + 3)^2} \right] dx + \int_{-2}^0 \left[2 - \frac{x}{2} + \sqrt{16 - x^2} \right] dx$

7. a) $\int_{-2}^0 2\sqrt{4 - x^2} dx + \int_0^2 \left(-\frac{3}{2}x^2 + 6x - \sqrt{x} \right) dx + \int_2^4 (-4x + 14 - \sqrt{x}) dx = 2\pi + \frac{68}{3}$

b) $\int_{-1}^1 \left(\sqrt{\frac{2y + 2}{3}} + \sqrt{1 - y^2} \right) dy + \int_1^5 \left(\sqrt{\frac{2y + 2}{3}} - \sqrt{y - 1} \right) dy = \frac{8}{3} + \frac{\pi}{2}$

c) $\int_{-2}^0 (2 - 2y^2 + \sqrt{24 - 6y}) dy + \int_0^4 \left(\frac{(y - 2)^2}{2} + \sqrt{24 - 6y} \right) dy = \frac{76}{3}$